УДК 537.633:621.328

А.А. ПАВЛЕНКО, Т.В. ВОЛЧИК
Минск, БГУ, БГАТУ

ПРОТЕКАНИЕ ТОКА ПО ПЛАСТИНЧАТОМУ КРИОПРОВОДНИКУ В ГРАДИЕНТНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Неоднородное магнитное поле находит применение в ряде случаев при решении задач прикладного и фундаментального характера. Оно используется при определении магнитных характеристик веществ, в тензометрии, в термогравиметрии и т.д. Градиентность фактически имеет место в большинстве устройств работающих на принципах преобразования энергии магнитного поля. Известно, что любая система, генерирующая магнитное поле при протекании тока по проводникам конечной длины, создает неоднородное поле, и чтобы смоделировать высокую однородность, применяют изощренные системы типа катушек Гельмгольца либо используют малые участки объема внутри длинных соленоидов. Отрицательная сторона воздействия градиентного поля проявляется в условиях низких температур, когда при большой длине свободного пробега поле изменяется через толщину обмотки от максимальной величины в центре до нуля и ухудшает проводящие свойства обмотки [1, 2].

Целью работы является сопоставление характера протекания постоянного электрического тока по пластинчатому проводнику из нормального металла, при воздействии на движение носителей заряда поперечного магнитного поля при двух вариантах его пространственного изменения – вдоль и поперек тока. Рассмотрение осуществлено на основе феноменологических уравнений Максвелла и условия неразрывности, приводящего к модифицированному уравнению Лапласа для электропотенциала. Оценены возможные решения этого уравнения применительно к расчету резистивных свойств криопроводников, используемых в качестве обмоток низкотемпературных электромагнитов.

В качестве модели выбран пластинчатый проводник с прямоугольным поперечным сечением и с достаточно большой длиной, ось x – направление тока, ось y – направление поля Холла, ось z – направление магнитного поля H. Исходная система уравнений: $rotE = 0$, $rotH = j$, $j = \sigma E$, $\sigma = 1/\rho$, $div\vec{j} = 0$, здесь j – вектор плотности тока; E – вектор напряженности электрического поля; σ и ρ – тензоры проводимости и сопротивления. Для составления общей картины о воздействии H на проводящие свойства проводника, сопоставим характер распределения электрического потенциала φ при постепенном введении H. В первом приближении представим характер распределения φ при H = 0. Уравнение Лапласа в этом случае $\varphi''_{xx} + \varphi''_{yy} + \varphi''_{zz} = 0$ и граничные условия для однородного по объему тока позволяют представить $\varphi = xI/bt\sigma_0$, здесь σ_0 – проводимость при H = 0; I – интегральный ток; b и t – ширина и толщина образца.

В следующем приближении представим φ при наличии H = const. Учтем анизотропию проводимости через тензорные материальные соотношения, используя приближение квазисферической поверхности Ферми (криопроводник из поликристаллического алюминия). Вид уравнения Лапласа $\sigma_{xx}\varphi''_{xx} + \sigma_{\acute{o}\acute{o}}\varphi''_{yy} + \sigma_{zz}\varphi''_{zz} = 0$ и в приближении малости t по сравнению с b пренебрежем движением частиц вдоль H. Для граничных условий $j_x = const$ $j_y(\acute{o} = 0) = j_y(y = b) = 0$ решение для φ (рис. 1): $\varphi = I(x + \beta y)/bt\sigma_0$. При учете неоднородности H, изменяющегося линейно вдоль оси x, уравнение для φ выглядит $\varphi''_{xx} + \varphi''_{yy} - \dfrac{2\beta}{1+\beta^2}K\varphi'_x + \dfrac{1-\beta^2}{1+\beta^2}K\varphi'_y = 0$. Его можно разрешить аналитически после упрощения: $\varphi''_{xx} + \varphi''_{yy} - K\varphi'_y = 0$, при $\beta >> 1$, $K = d\beta/dx$. Применив предыдущие граничные условия $\varphi = I\beta e^{ky}/\sigma_0 t\left(e^{kb} - 1\right)$, $\beta = \beta_0 + Kx$ (Рис. 1).

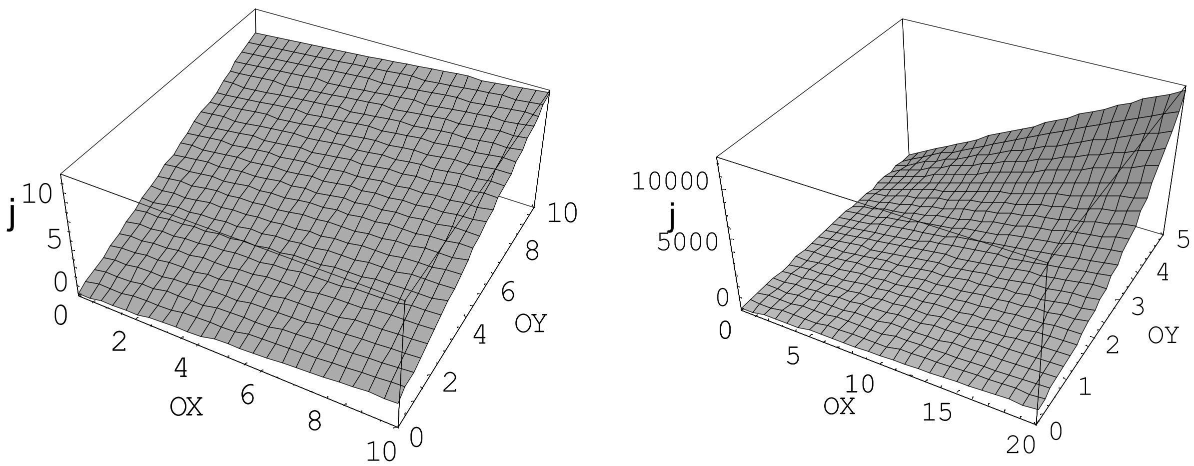

Рис. 1. Пространственная картина φ в однородном и неоднородном магнитном поле вдоль тока.

В качестве последнего шага покажем характер φ при неоднородности поля в холловском направлении. Уравнение Лапласа для произвольного значения H выглядит как $\varphi''_{xx} + \varphi''_{yy} - \dfrac{2\beta}{1+\beta^2}K\varphi'_x + \dfrac{1-\beta^2}{1+\beta^2}K\varphi'_y = 0$.

После упрощения его вид и решение следующие (Рис. 2):

$$\varphi''_{xx} + \varphi''_{yy} + K\varphi'_x - \frac{2K}{\beta}\varphi'_y = 0 \ ;$$

$$\varphi = \frac{I}{tb}\left(1/1 - \frac{\beta^2}{1+\beta^2}\frac{kb}{2(\beta_0 + kb)}\right)\left(x + \frac{\beta}{\beta_0 + kb}\left(\beta_0 y + \frac{ky^2}{2}\right)\right)$$

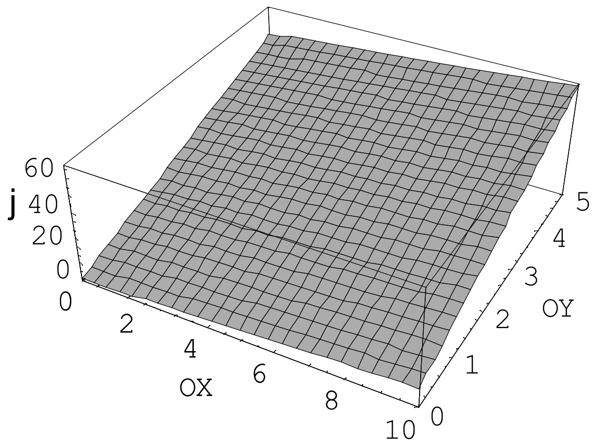

Рис.4. Потенциал φ при неоднородности H в холловском направлении.

Выполненный расчет и его сопоставление с результатами моделирования по распределению электрического потенциала для постоянного тока в длинном проводнике прямоугольного сечения, показывают, что метод разделения переменных позволяет определить в первом приближении характер протекания тока при действии градиентного поперечного магнитного поля на ток. Для длинного образца при сравнительной малости толщины по отношению к ширине, целесообразно использовать модифицированное дифференциальное уравнение 2-го порядка в частных производных, предполагая двумерность электрических свойств объемного проводника. Установлено, что при направлении градиента магнитного поля вдоль транспортного направления, нелинейность пространственного распределения потенциала гораздо сильнее, чем при неоднородности поперек тока. Такое распределение потенциала свидетельствует о вихревой структуре постоянного тока проводимости в стационарном электрическом поле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блат Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах // Москва: Мир, 1971.–470 с.

2. Соболь В.Р., Мазуренко О.Н. Электродинамика криопроводников в неоднородном стационарном магнитном поле // Минск: Беларуская навука, 2003.–198 с.